第二十届科技节数学建模大赛 兴趣组

A题 二维Stewart平台的运动

图A1给出的是平面型Stewart平台示意图，它模拟一个操作装置，其中包括一个三角形（△ABC）平台，平台位于一个由3个支柱（*p1* ,*p2* 和*p3*）控制的固定平面中。图中的三角形（△ABC）表示平面型Stewart平台，它的尺寸由3个长度*L1*，*L2*确定*L3*。平台的位置由3个支柱的可变长度的3个参数*p1*, *p2*, *p3*所控制。

y

x

(0.0)

A

B

C

(x2,y2)

(x1，0)

P1

L3

L1

L2

P3

P2

图A1 平面型Stewart平台示意图

需要解决的问题是，在给定一组参数*p1*, *p2*, *p3*的值后，计算出A点的坐标 (x, y) 和角度θ的值。请你完成：

1. 数学建模。参数*L1*, *L2, L3*, *x1*, *x2*, *y2*是固定常数，在给定一组参数*p1*, *p2*, *p3*的值后，判断能否得到Stewart平台的一个位置，即能否得到A点坐标（x , y）和角度 θ 的值。如果能，则称它为Stewart平台的一个位姿。但位姿并不一定是唯一的，如何让你的模型能够计算出一组固定参数下的全部位姿。
2. 模型检验。假设有如下参数: *x1*=5, (*x2*, *y2*)=(0,6)，*L1*=*L3*=3, *L2*=3, *p1*=*p2*=5, *p3*=3, 请根据你的模型，计算出Stewart平台的全部位姿，即计算出每个Stewart平台中的A点坐标（x , y）和角度 θ 的值。
3. 将问题2中的支柱长度*p2*=5改为*p2*=7，其他条件不变，请计算出Stewart平台的全部

位姿。

4.  在其他条件不变的前提下，确定问题2中*p2* 的长度，使得Stewart平台有且仅有两种位

姿。当*p2*=5,2p取何值时，没有位姿？